

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

A. Kajian Teori

1. Masalah dalam Matematika

Dalam kehidupan nyata, ketidakmampuan atas pencapaian yang diinginkan merupakan sebuah masalah. Siswa yang mengalami kesulitan dalam memahami maupun mengerjakan sebuah soal juga merupakan masalah dalam dunia pendidikan. Sari dan Tanjung (2022:48) menyebutkan bahwa, masalah di dalam dunia pendidikan adalah sebuah pertanyaan yang harus dijawab ataupun direspon oleh siswa. Akan tetapi tidaklah semua masalah merupakan sebuah pertanyaan.

Menurut Hevitria & Kurniasih (2024:7), masalah matematika adalah alat yang digunakan tidak hanya untuk membantu siswa mengembangkan kemampuan berpikir mereka tetapi juga membantu mereka dalam memecahkan masalah baik masalah yang berkaitan dengan matematika maupun masalah dalam kehidupan sehari-hari. Pemecahan masalah dianggap sebagai jantung dari pembelajaran matematika karena tidak hanya mempelajari konsep akan tetapi menekankan pada pengembangan metode keterampilan berpikir juga. Penyelesaian masalah merupakan kemampuan dasar dalam belajar matematika. Pandangan bahwa kemampuan menyelesaikan masalah merupakan tujuan umum pengajaran matematika, mengandung pengertian bahwa matematika dapat

membantu dalam memecahkan persoalan baik dalam pelajaran lain maupun dalam kehidupan sehari-hari.

Gunawan Mahasiswa Tadris (dalam Ruang Ketik Mahasiswa; 2019: 175) menyatakan bahwa, untuk mengatasi masalah orang harus belajar bagaimana mengolah masalah yang dihadapinya. Dalam mengolah masalah dibutuhkan kemampuan berpikir secara kritis, sistematis, logis, dan kreatif. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa, masalah dalam matematika adalah sebuah soal atau pertanyaan yang diberikan kepada siswa untuk mengetahui kemampuan kognitif siswa dalam memecahkan segala persoalan yang terkait dengan pelajaran matematik.

2. Kemampuan Pemecahan Masalah

Kemampuan adalah kecakapan atau potensi menguasai suatu keahlian yang merupakan bawaan sejak lahir atau merupakan hasil latihan maupun praktek dan digunakan untuk mengerjakan sesuatu yang diwujudkan melalui tindakannya. Kemampuan merupakan kesanggupan seseorang dalam melaksanakan suatu aktivitas. Setiap orang memiliki kemampuan yang berbeda-beda dalam mengingat, menerima, maupun menggunakan sesuatu yang diterimanya hal ini dikarenakan setiap orang memiliki kemampuan yang berbeda dalam menyusun sesuatu yang diamati, dilihat, ataupun dipikirkannya. Begitu juga dengan siswa, setiap siswa memiliki cara yang berbeda dalam menyikapi pembelajaran,

hubungan pengalaman-pengalamannya terhadap pembelajaran dan cara merespon pembelajaran. Kemampuan memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari dapat dikembangkan siswa melalui belajar memecahkan masalah matematika.

Pengertian sederhana dari pemecahan masalah adalah proses penerimaan masalah sebagai tantangan untuk menyelesaikannya. Sejalan dengan pengertian di atas, Cooney (Susanto, 2015:19) mengemukakan bahwa pemecahan masalah adalah proses penerimaan masalah dan berusaha menyelesaikannya. Pemecahan masalah atau *problem solving* didefinisikan sebagai suatu proses pencarian jalan keluar dari suatu kesulitan atau rintangan, pencarian tujuan yang belum segera dapat dipahami.

Kemampuan pemecahan masalah dipandang sebagai suatu proses untuk menemukan kombinasi dari sejumlah aturan yang dapat diterapkan dalam upaya mengatasi situasi baru. Pemecahan masalah tidak sekedar sebagai bentuk kemampuan menerapkan aturan-aturan yang telah dikuasai melalui kegiatan-kegiatan belajar terdahulu, melainkan lebih dari itu, merupakan suatu proses untuk mendapatkan suatu perangkat aturan yang terbukti dapat dioperasikan sesuai situasi yang sedang dihadapi (Wena, 2011). Tujuan utama dari siswa belajar memecahkan masalah adalah memiliki kemampuan berpikir tingkat tinggi, dan mengembangkan sikap-sikap positif. Guru perlu melakukan pengukuran (asesmen) sampai sejauh mana kedua tujuan tersebut telah dicapai oleh siswa. Berdasarkan hasil

pengukuran tersebut, guru dapat membuat rencana untuk meningkatkan kemampuan siswanya (J. P. Mairing, 2018:102).

Berdasarkan pernyataan diatas dapat disimpulkan bahwa, kemampuan pemecahan masalah merupakan suatu usaha yang dilakukan siswa dalam mencari jalan keluar dari setiap permasalahan yang ada untuk menemukan sebuah jawaban yang benar.

3. Kemampuan Pemecahan Masalah berdasarkan Teori Polya

Terdapat interpretasi tentang pemecahan masalah dalam matematika. Diantaranya pendapat Polya (Asfar & Nur, 2018:26) mengartikan “Pemecahan masalah sebagai suatu usaha mencari jalan keluar dari suatu kesulitan guna mencapai suatu tujuan yang tidak begitu mudah segera dapat dicapai”. Polya menggarisbawahi bahwa “untuk pemecahan masalah yang berhasil harus selalu disertakan upaya-upaya khusus yang dihubungkan dengan jenis-jenis persoalan sendiri serta pertimbangan-pertimbangan mengenai isi yang dimaksudkan”. Konsep-konsep dan aturan-aturan harus disintesis menjadi bentuk-bentuk kompleks yang baru agar siswa dapat menghadapi situasi-situasi masalah yang baru. Menurut G. Polya (Asfar & Nur, 2018:27) ada empat langkah di dalam memecahkan suatu masalah yaitu pertama mengerti terhadap masalah, kedua buatlah rencana untuk menyelesaikan masalah, ketiga cobalah atau jalankan rencana tersebut, dan yang keempat lihatlah kembali hasil yang telah diperoleh secara keseluruhan.

Pemecahan masalah merupakan kemampuan dasar yang harus dimiliki oleh siswa. Bahkan tercermin dalam konsep dan kurikulum berbasis kompetensi. Tuntutan akan pemecahan masalah dipertegas secara eksplisit dalam kurikulum tersebut yaitu, sebagai kompetensi dasar yang harus dikembangkan dan diintegrasikan pada sejumlah materi yang sesuai. Salah satu untuk mengembangkan kemampuan siswa dalam pemecahan masalah adalah melalui penyediaan pengalaman pemecahan masalah yang memerlukan strategi yang berbeda-beda dari suatu masalah ke masalah lainnya.

Kemampuan anak dalam pemecahan masalah sangat berkaitan dengan perkembangan mereka. Dengan demikian, masalah-masalah yang diberikan pada anak tingkat kesulitannya harus disesuaikan dengan perkembangan mereka. Semakin tinggi kemampuan seseorang maka semakin sanggup merumuskan tujuannya dan mempunyai inisiatif tanpa menunggu perintah dari orang lain. Seseorang yang tingkat kemampuan/kecerdasan tinggi maka dia semakin kreatif dan melakukan sesuatu tanpa menggunakan perintah dari orang lain. Dari kutipan-kutipan di atas dapat disimpulkan bahwa kemampuan pemecahan masalah merupakan kemampuan, pengetahuan, yang dimiliki setiap orang yang dalam pemecahannya berbeda-beda tergantung pada apa yang dilihat, diamati, diingat dan dipikirkannya sesuai pada kejadian di kehidupan nyata (A. M. Irfan Taufan Asfar dan Syarif Nur, 2018:27-28).

Polya (Sumartini, 2016) mengemukakan bahwa untuk memecahkan suatu masalah ada empat langkah yang dapat dilakukan, yakni:

1. Memahami Masalah

Kegiatan yang dapat dilakukan pada langkah ini adalah: apa (data) yang diketahui, apa yang ditanyakan, apakah informasi cukup, kondisi (syarat) apa yang harus dipenuhi, menyatakan kembali masalah asli dalam bentuk yang lebih operasional (dapat dipecahkan).

2. Menyusun Rencana

Kegiatan yang dapat dilakukan dalam langkah ini adalah: mencoba mencari atau mengingat masalah yang pernah diselesaikan yang memiliki kemiripan dengan masalah yang dipecahkan, mencari pola atau aturan, menyusun prosedur penyelesaian.

3. Melaksanakan Rencana

Kegiatan yang dapat dilakukan pada langkah ini adalah: menjalankan prosedur yang telah dibuat pada langkah sebelumnya untuk mendapatkan penyelesaian.

4. Memeriksa Kembali

Kegiatan yang dapat dilakukan dalam langkah ini adalah: menganalisis dan mengevaluasi apakah prosedur yang ditetapkan dan hasil yang diperoleh benar, atau apakah prosedur dapat dibuat generalisasinya.

Nurkaeti (2018) dan Ramadhani (2017) dalam penelitiannya menyusun indikator pemecahan masalah berdasarkan langkah-langkah Polya, khususnya dalam pembelajaran matematika (Novia Dwi Rahmawati, 2022:42-43). Indikator tersebut disajikan pada tabel berikut ini:

Tabel 2.1 Indikator Pemecahan Masalah Berdasarkan Langkah Polya

Langkah	Pemecahan Masalah	Indikator
1	Memahami masalah	Siswa dapat memahami aspek yang diketahui dalam masalah yang disajikan.
		Siswa dapat menulis pertanyaan yang berasal dari masalah yang disajikan.
2	Menyusun rencana dan mengembangkan solusi penyelesaian masalah	Siswa dapat membuat model permasalahan matematika berdasarkan masalah yang disajikan.
		Siswa dapat menunjukkan konsep matematika yang memiliki kemungkinan untuk dapat dijadikan solusi pemecahan masalah.
3	Melaksanakan rencana dengan menggunakan solusi penyelesaian masalah	Siswa dapat menganalisis proses pemecahan masalah berdasarkan rencana yang telah disusun.
4	Memeriksa kembali solusi penyelesaian masalah yang digunakan	Siswa dapat memeriksa dan melakukan verifikasi hasil pemecahan masalah apakah sesuai dengan pertanyaan pada masalah tersebut atau tidak.

Selain itu Naris (Mahasiswa Tadris Matematika, 2020) mengatakan kemampuan pemecahan masalah dapat dirinci dengan indikator sebagai berikut :

1. Mengidentifikasi kecukupan data untuk pemecahan masalah.
2. Membuat model matematika dari situasi atau masalah sehari-hari dan menyelesaikannya.
3. Memilih dan menerapkan strategi untuk menyelesaikan masalah matematika dan atau di luar matematika.
4. Menjelaskan atau menginterpretasikan hasil sesuai permasalahan asal, serta memeriksa kebenaran hasil atau jawaban.
5. Menerapkan matematika secara bermakna

Adapun indikator lain yang di jelaskan oleh Lestari & Yudhanegara (Sari & Tanjung, 2022:55-56) yaitu: pertama, menjelajahi kecukupan unsur informasi, seperti tentang apa yang diketahui, tentang apa yang ditanya dan bagaimana menyusun model matematikanya dalam menyelesaikan persoalan yang diberikan tersebut, dan sampai bagaimana menerapkan strategi yang dapat menyelesaikan persoalan tersebut, serta bagaimana dalam menyampaikan atau mengkomunikasikan hasil penyelesaiannya; kedua, melakukan penyelidikan dan merefleksi proses pemecahan masalah matematika; ketiga, menggunakan banyak langkah atau strategi yang sesuai dalam menyelesaikan masalah; serta keempat, dapat mengembangkan lagi pengetahuan yang baru dengan pemecahan masalah.

4. Materi Barisan dan Deret Aritmatika dan Geometri

a. Kompetensi Dasar dan Indikator

Sesuai dengan kurikulum yang berlaku dalam Sistem Pendidikan Indonesia yaitu Kurikulum 2013 (K-13), materi barisan dan deret diajarkan di SMK PGRI 2 Pringsewu kelas X di semester genap tahun ajaran 2020-2021. Kompetensi dasar dan indikator dalam penelitian ini adalah :

Tabel 2.2 Kompetensi Dasar dan Indikator Materi Barisan dan Deret

Kompetensi Dasar	Indikator
4.5 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan barisan dan deret aritmatika.	i. Menemukan pola barisan dan deret aritmatika dan penerapannya dalam penyelesaian masalah sederhana.
4.6 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan barisan dan deret geometri.	4.6.2 Menemukan pola barisan dan deret geometri dan penerapannya dalam penyelesaian masalah sederhana.

b. Barisan dan Deret Aritmatika dan Geometri

1) Barisan dan Deret Aritmatika

a) Barisan Aritmatika

Perhatikan barisan bilangan berikut: 6, 9, 12, 15,

18, Apa yang dapat disimpulkan?

6, 9, 12, 15, 18,

$\overbrace{+3} \quad \overbrace{+3} \quad \overbrace{+3} \quad \overbrace{+3} \quad \overbrace{+3}$

dan seterusnya.

Nampak bahwa antara suku yang satu dengan suku sesudahnya mempunyai selisih tetap yaitu 3, dan bias disebut *beda barisan* dan dilambangkan dengan b .

$$b = U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = U_4 - U_3 = \dots = U_n - U_{n-1}$$

Barisan bilangan dengan pola sebagaimana di atas dikenal dengan Barisan Aritmatika (Hitung).

Jika kita nyatakan dalam urutan suku-sukunya, barisan Aritmatika dapat dinyatakan:

$$U_1, \underbrace{U_2}_{+b}, \underbrace{U_3}_{+b}, \underbrace{U_4}_{+b}, \underbrace{U_5}_{+b}, \dots$$

di mana $U_1 = a$ dan $b = U_2 - U_1$ dan seterusnya.

Sehingga didapat :

$$\begin{array}{ll} U_1 = a & = a \\ U_2 = a + b & = a + 1b \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} & \underbrace{\hspace{10em}} \\ & (2 - 1) \\ U_3 = a + \dots + b & = a + 2b \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} U_4 = a + b + \dots + b & = a + 3b \\ & \underbrace{\hspace{10em}} \\ & (4 - 1) \\ U_5 = a + b + \dots + \dots + b & = a + 4b \\ & \underbrace{\hspace{10em}} \\ & (5 - 1) \end{array}$$

$\boxed{U = a + (n - 1)b}$, dikenal sebagai rumus suku ke- n

Barisan Aritmatika.

b) Deret Aritmatika

Jika pada barisan aritmatika setiap sukunya dijumlahkan akan didapat:

$$S_n = a + (a + b) + (a + 2b) + (a + 3b) + \dots + (a + (n - 1)b)$$

Dan jika $k = U_n = (a + (n - 1)b)$ maka *Jumlah n suku pertama deret aritmatika* dapat diturunkan sebagai berikut:

$$S_n = a + (a + b) + (a + 2b) + (a + 3b) + \dots + (k - 2b) + (k - b) + k$$

$$S_n = k + (k - b) + (k - 2b) + (k - 3b) + \dots + (a + 2b) + (a + b) + a$$

+

$$2 S_n = (a + k) + (a + k) + (a + k) + (a + k) + \dots + (a + k) + (a + k) + (a + k)$$

$$2 S_n = n(a + k)$$

Maka didapat:
$$S_n = \frac{n}{2} (a + k) = \frac{n}{2} (a + U_n) = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)b]$$

2) Barisan dan Deret Geometri

a) Barisan Geometri

Perhatikan barisan berikut: 5, 10, 20, 40, 40, ...

Nampak bahwa barisan tersebut memiliki ciri bahwa bilangan selanjutnya diperoleh dari sekian kalinya dari bilangan sebelumnya,

$$5 \text{ menuju } 10 \text{ diperoleh dari } 5 \times 2$$

$$10 \text{ menuju } 20 \text{ diperoleh dari } 10 \times 2$$

$$20 \text{ menuju } 40 \text{ diperoleh dari } 20 \times 2$$

Dapat disimpulkan bahwa nilai hasil bagi dari suatu suku sebelumnya adalah tetap dan biasa dikenal dengan RASIO (r).

Barisan yang mempunyai rasio / nilai perbandingan antara sukunya selalu disebut dengan Barisan Geometri.

U_n : Suku ke- n

$$U_1 = a$$

$$r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \frac{U_4}{U_3} = \dots = \frac{U_n}{U_{n-1}} \quad (\text{rasio})$$

Sehingga didapat:

$$r = \frac{U_2}{U_1} \quad \Rightarrow \quad U_2 = U_1 \cdot r = a \cdot r$$

$$r = \frac{U_3}{U_2} \quad \Rightarrow \quad U_3 = U_2 \cdot r = (a \cdot r) \cdot r = a \cdot r^2$$

$$r = \frac{U_4}{U_3} \quad \Rightarrow \quad U_4 = U_3 \cdot r = (a \cdot r^2) \cdot r = a \cdot r^3$$

$$\Rightarrow \quad U_n = a \cdot r^{n-1}$$

Jadi Pola Barisan Geometri disimpulkan: $\boxed{U_n = ar^{n-1}}$

b) Deret Geometri

Deret adalah penjumlahan dari suku-suku yang berurutan suatu barisan. jumlah n suku pertama suatu barisan dilambangkan dengan S_n . Jika pada barisan Geometri $U_n = ar^{n-1}$ setiap sukunya dijumlahkan akan didapat:

$$S_n = a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1}$$

Maka *Jumlah n suku pertama deret geometri* dapat diturunkan sebagai berikut:

$$S_n = a + a \cdot r + a \cdot r^2 + a \cdot r^3 + \dots + a \cdot r^{n-1}$$

$$r \cdot S_n = a \cdot r + a \cdot r^2 + a \cdot r^3 + a \cdot r^4 + \dots + a \cdot r^n$$

$$S_n - r \cdot S_n = a - a \cdot r^n$$

$$S_n(1 - r) = a(1 - r^n) \quad \text{atau} \quad S_n(r - 1) = a(r^n - 1)$$

Sehingga:

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{(1-r)} \quad , \text{ untuk } r < 1, r \neq 1 \quad \text{ dan atau}$$

$$S_n = \frac{a(r^n-1)}{(r-1)} \quad , \text{ untuk } r > 1, r \neq 1.$$

B. Kerangka Teori

Kemampuan pemecahan masalah adalah kemampuan siswa dalam memecahkan soal-soal pemecahan masalah matematika dengan memperhatikan tahap-tahap yang telah dikemukakan dalam menemukan jawaban. Siswa dapat memecahkan masalah melalui beberapa tahap penyelesaian menurut Polya, yaitu tahap memahami masalah, menyusun rencana, melaksanakan rencana, memeriksa kembali sehingga penyelesaian masalah yang dihadapi dapat tersusun secara sistematis. Seperti yang dikemukakan oleh Polya (dalam A. M. Irfan Taufan Asfzr dan Syarif Nur, 2018:26) mengungkapkan bahwa “Pemecahan masalah sebagai suatu usaha mencari jalan keluar dari suatu kesulitan guna mencapai suatu tujuan yang

tidak begitu mudah segera dapat dicapai”. Namun ternyata banyak siswa yang tidak dapat menyelesaikan soal yang diberikan, proses penyelesaian yang dikerjakan tidak sistematis, kurang cermat dan tidak teliti sehingga tidak mendapatkan penyelesaian yang benar dan sempurna. Ketika menyelesaikan soal, siswa seharusnya melakukan penyelesaian dengan beberapa tahapan yaitu tahap memahami masalah, menyusun rencana, melaksanakan rencana, dan memeriksa kembali jawaban dari soal yang dikerjakan, namun ternyata siswa masih salah menuliskan apa yang diketahui dan memaknai soal yang ditanyakan, salah menuliskan rumus, tidak dapat menggunakan rumus yang sesuai dengan apa yang ditanyakan, serta tidak memberikan keterangan tentang hasil kesimpulan yang diperoleh dari hasil jawabannya. Peneliti menduga hal ini disebabkan kemampuan siswa pada pemecahan masalah masih rendah.

Dengan demikian, tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan kemampuan pemecahan masalah siswa SMK pada materi barisan dan deret berdasarkan Teori Polya. Kemampuan pemecahan masalah siswa dalam menyelesaikan soal materi barisan dan deret berdasarkan Teori Polya (dalam Herry Agus Susanto, 2015:21) dapat dilihat berdasarkan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Memahami masalah

Memahami dan mengidentifikasi apa fakta atau informasi yang diberikan, apa yang ditanya, diminta untuk dicari, atau dibuktikan.

2. Menyusun rencana

Misal menggambarkan langkah dalam bentuk diagram, memilih dan menggunakan pengetahuan aljabar yang diketahui dan konsep yang relevan untuk membentuk model atau kalimat matematika.

3. Melaksanakan rencana

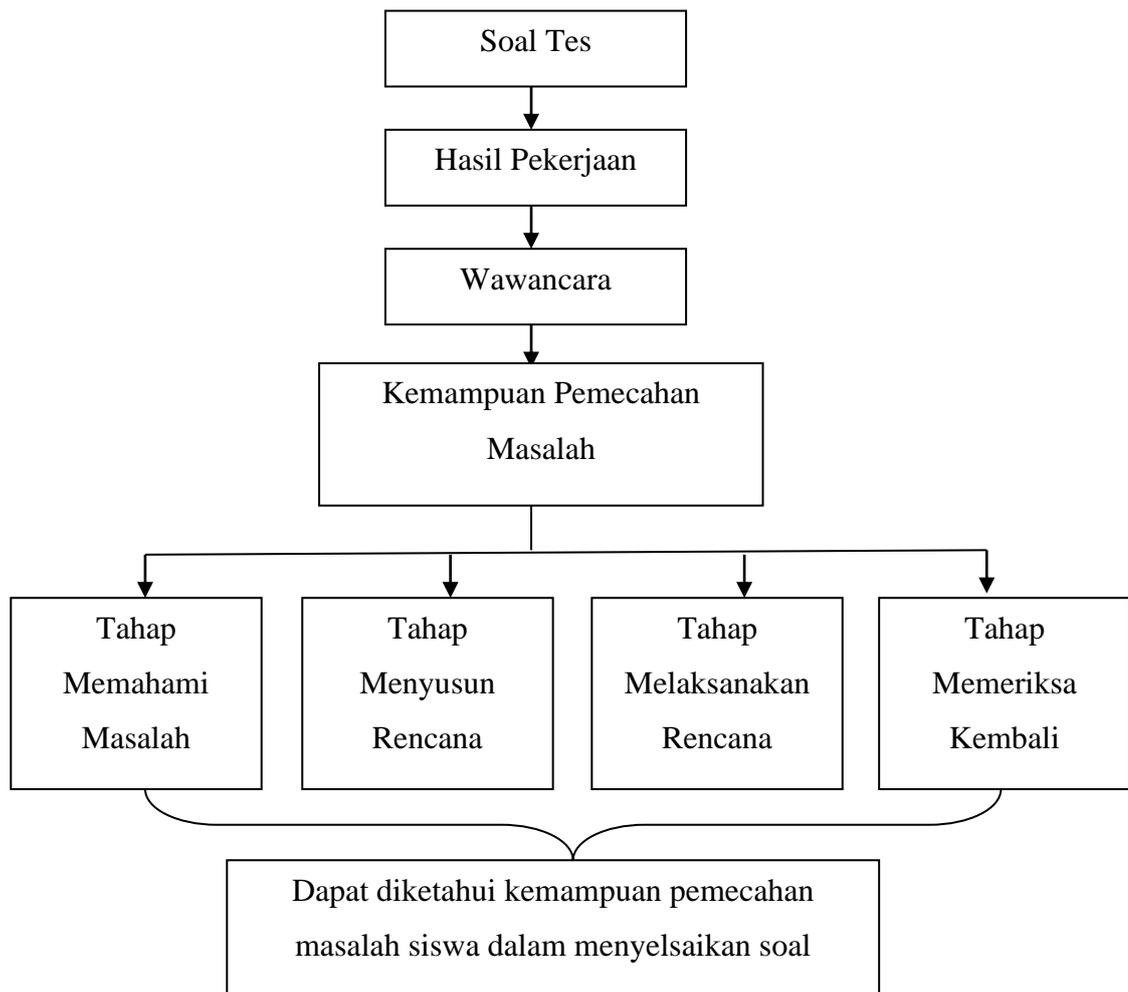
Melakukan operasi hitung secara benar dalam menggunakan rumus yang tepat, untuk mendapatkan solusi dari masalah.

4. Memeriksa kembali

Memperkirakan dan memeriksa kebenaran jawaban, masuk akal nya jawaban, dan apakah memberikan pemecahan terhadap masalah semula.

C. Kerangka Konsep

Untuk mempermudah jalannya penelitian, maka dibuat skema sederhana untuk menggambarkan secara singkat pemecahan masalah yang dikemukakan dalam penelitian. Skema tersebut adalah sebagai berikut:



Gambar 2.1
Kerangka Konsep